Науковий вісник Чернівецького університету
Географія

Науковий вісник Чернівецького університету : Географія
Випуск 854, 2025
DOI: https://doi.org/10.31861/geo.2025.854.5-16

Використання симплексної моделі скінченних елементів в оцінюванні деформації земної поверхні південно-східної Європи (2014-2024 рр.)

Олександр ТАДЄЄВ[1*] https://orcid.org/0000-0003-4566-0160
Микола МАШКІН[1]

УДК 910.3:528.2/.94: 551.24

ПОШУКОВА СТАТТЯ

[1]Національний університет водного господарства та природокористування,
кафедра геодезії та картографії
Листування – *o.a.tadyeyev@nuwm.edu.ua

Ключові слова: скінченні елементи, симплекс, тензор, деформація, тематична карта

Анотація: Представлено результати науково-методичного дослідження проблеми оцінювання деформації земної поверхні у найбільш тектонічно активному регіоні Європи – у її південно-східній частині. Подано результати моделювання горизонтальних деформацій земної поверхні методом скінченних елементів у їх найпростішій формі – симплекса.

Вхідними даними використано координати 16 європейських перманентних *GNSS*-станцій з бази даних *JPLComb* архіву *SOPAC* протягом 2014-2024 рр. Ними дослідна територія поділена на 17 симплексів. Для кожного симплекса за зміщеннями його вершин методом найменших квадратів реалізовано апроксимацію лінійної функції. За одержаними лінійними емпіричними формулами сформовано функціональні моделі деформації, тензори і обчислено відносні показники дилатації та екстремальних розширень станом на 2018, 2020, 2022 та 2024 роки у порівнянні з 2014 роком.

За обчисленими характеристиками деформації земної поверхні створено схематичні карти відповідного тематичного спрямування. На цій стадії моделювання для відображення просторового розподілу характеристик деформації використано засоби тематичного картографування, які відповідають вимогам генералізації об'єктів площинної локалізації з точки зору наочності та візуального сприйняття зображень об'єктів і явищ природи. Створені тематичні карти використано для аналізу та інтерпретації одержаних результатів моделювання горизонтальних деформацій земної поверхні південно-східної частини території Європи.

Аналіз результатів моделювання деформації земної поверхні не показав суттєвої диференціації з точки зору просторового розподілу обчислених показників дилатації та екстремальних розширень. Цей результат обґрунтовано обмеженими можливостями теоретичної основи використаного методу і моделі досліджень, адже симплексна модель скінченних елементів спроможна забезпечити оцінювання виключно лінійних закономірностей деформації. Натомість у одержаних результатах виявлено чіткі закономірності різнонаправленої дії екстремальних розширень. За ними сформульовано остаточні висновки щодо перебігу геодинамічних процесів на досліджуваній території.

З метою підвищення ефективності оцінювання деформацій земної поверхні у тектонічно активних регіонах обґрунтовано рекомендації щодо використання нелінійних моделей деформації.

Open Access. © 2025 *О. ТАДЄЄВ, М.МАШКІН*
опубліковано у Чернівецькому національному університеті

Ця робота ліцензується відповідно до
CC BY-NC-ND Із Зазначенням Авторства – Некомерційна – Без Похідних 4.0 Міжнародна

1. ВСТУП

Загалом дослідження проблеми деформації фізичної поверхні Землі розглядаються з двох точок зору. Перша – загальнонаукова у сенсі пізнання еволюції планети, як це ставлять перед собою за мету широке коло наук про Землю. Інша точка зору переслідує виключно практичні потреби кількісного оцінювання сучасних рухів та деформацій земної поверхні для планування заходів з охорони природи чи захисту об'єктів інфраструктури, а також для оцінювання ризиків з метою гарантування безпеки життєдіяльності. Дослідження проблеми з цієї точки зору особливо актуальні у регіонах підвищеної тектонічної активності Землі з наслідками виникнення явищ, передусім, сейсмічного характеру. У подібного роду дослідженнях особливе місце посідає геодезична галузь знань.

Геодезичними методами досліджень проблеми можна досягти, зокрема, наступних результатів. З одного боку, вони спроможні забезпечити кількісні показники рухів земної поверхні та їх відображення на картах за допомогою векторів зміщень геодезичних пунктів. З іншого, за результатами повторних вимірів координат геодезичних пунктів можна обчислити різні показники напружено-деформованого стану земної кори, що дає змогу оцінити кінематичні ознаки та фізичну сутність геодинамічних процесів. Останнє стало можливим завдяки поєднанню сучасних можливостей проведення повторних геодезичних вимірів з основами математичної теорії пружності. На сучасному етапі досліджень проблеми кінцевим продуктом такого поєднання є створення тематичних карт просторового розподілу різних за змістом показників деформації земної поверхні. Як засіб візуалізації, створювані карти є важливим інструментом повноцінної інтерпретації та прогнозування перебігу геодинамічних явищ. Вирішення проблеми у такому розрізі досягається методом скінченних елементів.

2. МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Застосування методу скінченних елементів для вирішення проблеми оцінювання горизонтальної складової деформації земної поверхні було започатковано майже століття тому (**Terada, Miyabe** 1929; **Tsuboi** 1933). Теоретичною основою методу стала концепція лінійної деформації суцільного середовища класичної математичної теорії пружності з її реалізацією у межах найпростіших плоских геометричних фігур – симплексів (трикутників). Такий вибір був зумовлений походженням єдино доступних на той час вхідних геодезичних даних, якими слугували повторні виміри координат вершин трикутників мережі тріангуляції. Вдала апробація методу зумовила його масове використання в дослідженнях окресленої проблеми. В сучасних умовах симплексна модель методу використовується, у тому числі, й за даними моніторингу координат у мережах перманентних станцій *GNSS* (*Global Navigation Satellite System*). Беручи до уваги резолюції Комісії 3 «Обертання Землі та геодинаміка» Міжнародної асоціації геодезії (International Association of Geodesy 2023), такі дані рекомендуються і є тепер практично єдиним джерелом вхідної інформації для досліджень проблеми геодезичними методами. Часовими рядами координат станцій *GNSS* сформовано потужні бази даних вільного доступу, що дало змогу суттєво розширити можливості моніторингу геодинамічних процесів.

Історичні аспекти, проблеми та перспективи застосування та численні вдосконалення методу скінченних елементів розкрито, наприклад, у працях (**Dermanis** 2009; **Тадєєв** 2015).

Сутність методу зводиться до ідеї апроксимації земної поверхні, яка ідентифікується як суцільне неперервне середовище, дискретною моделлю з набору симплексів під обов'язковою умовою наявності спільних суміжних сторін. Дія пружних сил на земну поверхню спричинює зміщення вершин кожного окремого симплекса і його деформацію. Слідуючи основному принципу лінійної теорії пружності, зміщення вершин симплекса

інтерпретуються як лінійна функція їх координат у прямокутній декартовій системі з наслідками побудови матриці коефіцієнтів такої функції, яка називається тензором деформації. Саме така матриця є основою подальшого деформаційного аналізу як така, що за посередництва її інваріантів розкриває різні за геометричною сутністю числові характеристики деформації. Зокрема, найчастіше у ході деформаційного аналізу використовують наступні характеристики: дилатація (відносна зміна площі); відносні екстремальні розширення – максимальне (розтяг) і мінімальне (стиснення); напрям дії максимального розширення; обертання частини земної поверхні у межах симплекса як абсолютно твердого тіла. Тензор і генеровані його коефіцієнтами характеристики деформації відносяться до геометричного центра ваги симплекса (**Hartmann, Katz** 2007). Алгоритм формування тензора і робочі формули для обчислення зазначених характеристик деформації розкрито, наприклад, у праці (**Тадєєв** 2013).

Розкриті вище теоретичні засади методу скінченних елементів у рамках симплексної моделі використовувались численними дослідниками та їх колективами для тектонофізичної інтерпретації геодинамічних явищ практично у всіх регіонах земної кулі. З погляду на географічну приналежність, представляють особливий інтерес результати досліджень деформації земної поверхні на території Європи. Найвищу зацікавленість дослідники проявляють до її південно-східної частини, де найбільшою мірою проявляється вплив явищ тектонічного походження. З цієї точки зору, серед багато чисельних результатів досліджень можна виокремити розкриті, наприклад, у працях (**Марченко та ін**. 2012; **Altiner et al**. 2006; **Battaglia et al**. 2004; **Grafarend, Voosoghi** 2003) тощо, а також результати досліджень у межах території України (**Іщенко** 2018; **Марченко та ін**. 2019; **Тадєєв, Машкін** 2023).

3. ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою досліджень, результати яких представлено нижче, є оцінювання горизонтальних деформацій земної поверхні південно-східної частини території Європи (у тому числі території України) з використанням симплексної моделі методу скінченних елементів. Дослідження охоплюють період часу протягом останнього десятиліття і ґрунтуються на результатах моніторингу координат європейських *GNSS*-станцій.

4. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ОБГОВОРЕННЯ

З метою вирішення поставленого завдання до вибірки вхідних даних залучено координати 16 станцій *GNSS* мережі *EPN* (*EUREF Permanent Network*). Зокрема: *Khar* (м. Харків, Україна), *Trab* (м. Трабзон, Туреччина), *Mers* (м. Ердемлі Туреччина, *Mikl* (м. Миколаїв, Україна), *Glsv* (м. Київ, Україна), *Ista* (м. Стамбул, Туреччина), *Sulp* (м. Львів, Україна), *Bucu* (м. Бухарест, Румунія), *Penc* (м. Пенц, Угорщина), *Orid* (м. Охрід, Північна Македонія), *Zada* (м. Задар, Хорватія), *Graz* (м. Грац, Австрія), *Regi* (м. Сан-Джованні-ін-Фйоре, Італія), *Zimm* (м. Ціммервальд, Швейцарія), *Gras* (м. Коссоль, Франція), *Cagl* (м. Кальярі, Італія). Критерієм вибору саме цих станцій було намагання подальшого утворення ними рівновеликих, наскільки це можливо, симплексів. Вибірка сформована координатами станцій у двовимірній геоцентричній еліпсоїдальній системі (широта B і довгота L), як їх задано у базі даних *JPLComb* архіву *SOPAC* (Scripps Orbit and Permanent Array Center 2024). Доцільність використання даних бази *JPLComb* для вирішення задач геодинаміки за результатами емпіричних досліджень обґрунтували **Savchuk et al**. (2017). Виходячи з умови забезпечення репрезентативності вибірки вхідних даних та результатів їх подальшого опрацювання, за результатами цих же досліджень їх авторами рекомендовано тривалість спостережень за змінами координат станцій, яка повинна складати понад три роки. З цієї причини до вибірки

залучено координати зазначених станцій станом на початок 2014, 2018, 2020, 2022, 2024 рр. Це дасть змогу визначити деформації земної поверхні станом на 2018, 2020, 2022 та 2024 рр. за накопичувальним принципом відносно 2014 року.

Опрацювання сформованої вибірки вхідних даних виконувалось згідно розкритого нижче алгоритму.

1. Проведено перетворення координат *GNSS*-станцій з еліпсоїдальної (B, L) в двовимірну прямокутну систему (x, y) у проекції еліпсоїда на площину Гаусса-Крюгера.

2. Виконано розрахунки складових Δx та Δy горизонтальних зміщень станцій станом на 2018, 2020, 2022 та 2024 рр. відносно 2014 року.

3. Для оцінювання деформації земної поверхні досліджувана територія поділена на 17 симплексів, як це показано на схематичних картах на *рис. 1-4*. Симплекси утворено, зокрема, наступними станціями: *Khar,Trab,Mikl*; *Trab,Mers,Ista*; *Mikl,Trab,Ista*; *Khar,Glsv,Mikl*; *Glsv,Sulp,Mikl*; *Sulp,Bucu,Mikl*; *Bucu,Ista,Mikl*; *Sulp,Penc,Bucu*; *Bucu,Orid,Ista*; *Penc,Zada,Bucu*; *Zada,Orid,Bucu*; *Penc,Graz,Zada*; *Zada,Regi,Orid*; *Graz,Zimm,Zada*; *Zimm,Gras,Zada*; *Gras,Cagl,Zada*; *Cagl,Regi,Zada*.

4. У межах кожного симплекса осібно для кожної зі складових зміщень Δx та Δy його вершин методом найменших квадратів реалізовано апроксимацію лінійної функції: $\left.\begin{aligned}\Delta x = e_{11}x + e_{12}y\\ \Delta y = e_{21}x + e_{22}y\end{aligned}\right\}$. Коефіцієнтами $e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}$ утворено відповідні лінійні емпіричні формули, які стали основою функціональної моделі, і тензор $(e_{ij}) = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{pmatrix}$.

5. Користуючись робочими формулами, як їх розкрито у праці (**Тадєєв** 2013), за елементами $e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}$ тензора (e_{ij}) обчислено наступні числові характеристики деформації: дилатація θ; екстремальні (максимальне E_1 та мінімальне E_2) розширення; напрям (дирекційний кут) α дії максимального розширення E_1. Результати обчислення зазначених характеристик деформації у межах кожного симплекса протягом 2014-2018 рр., 2014-2020 рр., 2014-2022 рр., 2014-2024 рр. зведено до *таблиць 1-4*.

Таблиця 1. Характеристики деформації земної поверхні південно-східної частини Європи у межах симплексів протягом 2014-2018 рр.

№	Симплекс	Характеристики деформації			
		$\theta\,(\times 10^{-8})$	$E_1\,(\times 10^{-8})$	$E_2\,(\times 10^{-8})$	$\alpha\,(град.)$
1	*Khar,Trab,Mikl*	2,34	3,30	-0,37	144,50
2	*Trab,Mers,Ista*	1,50	2,87	-0,37	40,47
3	*Mikl,Trab,Ista*	2,22	3,14	-0,09	139,88
4	*Khar,Glsv,Mikl*	2,77	2,80	1,02	146,14
5	*Glsv,Sulp,Mikl*	2,61	2,72	0,95	143,09
6	*Sulp,Bucu,Mikl*	2,64	2,82	0,88	142,82
7	*Bucu,Ista,Mikl*	1,77	2,55	0,26	40,90
8	*Sulp,Penc,Bucu*	1,76	2,29	0,55	38,32
9	*Bucu,Orid,Ista*	0,93	2,45	-0,49	33,67
10	*Penc,Zada,Bucu*	1,55	1,89	0,81	22,65
11	*Zada,Orid,Bucu*	1,50	1,88	0,78	20,74
12	*Penc,Graz,Zada*	1,02	1,50	0,52	357,55
13	*Zada,Regi,Orid*	2,30	2,29	1,05	219,68

14	*Graz,Zimm,Zada*	2,56	3,32	0,55	44,21
15	*Zimm,Gras,Zada*	2,79	4,03	0,35	42,04
16	*Gras,Cagl,Zada*	1,92	3,42	0,05	34,92
17	*Cagl,Regi,Zada*	1,73	3,50	-0,13	32,45

Таблиця 2. Характеристики деформації земної поверхні південно-східної частини Європи у межах симплексів протягом 2014-2020 рр.

№	Симплекс	Характеристики деформації			
		$\theta(\times 10^{-8})$	$E_1(\times 10^{-8})$	$E_2(\times 10^{-8})$	α (*град.*)
1	*Khar,Trab,Mikl*	3,40	4,96	-0,77	144,30
2	*Trab,Mers,Ista*	2,19	4,31	-0,67	40,93
3	*Mikl,Trab,Ista*	3,25	4,73	-0,29	140,06
4	*Khar,Glsv,Mikl*	4,38	4,34	1,59	148,91
5	*Glsv,Sulp,Mikl*	3,68	3,95	1,29	140,98
6	*Sulp,Bucu,Mikl*	3,75	4,08	1,24	141,08
7	*Bucu,Ista,Mikl*	2,61	3,68	0,54	39,29
8	*Sulp,Penc,Bucu*	2,80	3,52	0,89	40,49
9	*Bucu,Orid,Ista*	1,39	3,67	-0,74	33,81
10	*Penc,Zada,Bucu*	2,23	2,82	1,15	20,99
11	*Zada,Orid,Bucu*	2,12	2,80	1,07	18,75
12	*Penc,Graz,Zada*	0,88	2,24	0,12	353,78
13	*Zada,Regi,Orid*	3,19	3,45	1,28	223,35
14	*Graz,Zimm,Zada*	4,06	5,24	0,84	135,19
15	*Zimm,Gras,Zada*	4,44	6,28	0,58	43,04
16	*Gras,Cagl,Zada*	3,15	5,28	0,21	36,18
17	*Cagl,Regi,Zada*	2,69	3,51	-0,10	32,68

Таблиця 3. Характеристики деформації земної поверхні південно-східної частини Європи у межах симплексів протягом 2014-2022 рр.

№	Симплекс	Характеристики деформації			
		$\theta(\times 10^{-8})$	$E_1(\times 10^{-8})$	$E_2(\times 10^{-8})$	α (*град.*)
1	*Khar,Trab,Mikl*	4,76	6,69	-0,84	145,04
2	*Trab,Mers,Ista*	3,14	5,79	-0,66	41,30
3	*Mikl,Trab,Ista*	4,56	6,37	-0,17	140,70
4	*Khar,Glsv,Mikl*	5,58	5,62	2,04	146,80
5	*Glsv,Sulp,Mikl*	4,93	5,32	1,69	141,25
6	*Sulp,Bucu,Mikl*	4,93	5,45	1,57	140,51
7	*Bucu,Ista,Mikl*	3,24	4,90	0,50	38,03
8	*Sulp,Penc,Bucu*	3,80	4,76	1,18	41,14
9	*Bucu,Orid,Ista*	1,75	4,95	-1,17	33,86
10	*Penc,Zada,Bucu*	2,98	3,80	1,49	22,41
11	*Zada,Orid,Bucu*	2,82	3,76	1,38	20,24
12	*Penc,Graz,Zada*	1,06	2,98	0,05	354,71
13	*Zada,Regi,Orid*	4,26	4,59	1,70	223,06
14	*Graz,Zimm,Zada*	5,35	6,97	1,06	44,93
15	*Zimm,Gras,Zada*	5,84	8,25	0,76	43,04
16	*Gras,Cagl,Zada*	4,12	6,92	0,28	36,08
17	*Cagl,Regi,Zada*	3,51	6,93	-0,16	32,41

Таблиця 4. Характеристики деформації земної поверхні південно-східної частини Європи у межах симплексів протягом 2014-2024 рр.

№	Симплекс	Характеристики деформації			
		$\theta(\times 10^{-8})$	$E_1(\times 10^{-8})$	$E_2(\times 10^{-8})$	α (*град.*)
1	*Khar,Trab,Mikl*	5,82	8,29	-1,10	144,62
2	*Trab,Mers,Ista*	4,09	7,18	-0,63	41,97
3	*Mikl,Trab,Ista*	5,94	8,05	-0,09	141,74
4	*Khar,Glsv,Mikl*	7,03	7,07	2,56	147,08
5	*Glsv,Sulp,Mikl*	6,21	6,67	2,14	141,50
6	*Sulp,Bucu,Mikl*	6,27	6,86	2,02	141,22
7	*Bucu,Ista,Mikl*	4,15	6,13	0,68	38,75
8	*Sulp,Penc,Bucu*	4,44	5,74	1,38	38,90
9	*Bucu,Orid,Ista*	1,42	5,88	-1,89	30,68
10	*Penc,Zada,Bucu*	3,62	4,68	1,82	20,51
11	*Zada,Orid,Bucu*	3,46	4,66	1,70	18,51
12	*Penc,Graz,Zada*	1,59	3,74	0,32	354,61
13	*Zada,Regi,Orid*	5,40	5,68	2,29	222,86
14	*Graz,Zimm,Zada*	6,72	8,74	1,35	44,96
15	*Zimm,Gras,Zada*	7,31	10,03	0,93	42,87
16	*Gras,Cagl,Zada*	5,17	8,73	0,33	36,03
17	*Cagl,Regi,Zada*	4,47	8,70	-0,15	32,66

6. За результатами обчислення характеристик створено тематичні схематичні карти деформації земної поверхні південно-східної частини території Європи (див. *рис. 1-4*). На цій стадії опрацювання вибірки емпіричних даних для відображення просторового розподілу характеристик деформації використано наступні засоби тематичного картографування:

– покриття зображення симплексів площинним графічним засобом у формі фонового забарвлення відповідно до встановленої градації значень дилатації θ, яка регламентується легендою карти у вигляді шкали;
– спосіб геометричних значків, розміри яких змінюються за встановленим масштабом відповідно до легенди карти, при відображенні екстремальних розширень у межах симплексу (розтягу E_1 та стиснення E_2) у формі масштабованих двосторонніх направляючих векторів. Напрям дії розтягу E_1 вказує кут α.

Перелічені засоби тематичного картографування відповідають загальноприйнятим вимогам генералізації об’єктів площинної локалізації з точки зору наочності та візуального сприйняття при графічному оформленні картографічних продуктів для відображення об’єктів і явищ природи.

Створені тематичні карти є важливим елементом візуалізації кінцевих результатів опрацювання емпіричної вибірки даних, послідуючого деформаційного аналізу та інтерпретації досліджуваного процесу.

Аналіз результатів опрацювання вхідних даних та їх відображення на тематичних картах дали змогу виявити деякі закономірності просторово-часового розподілу деформації земної поверхні досліджуваної території.

У сенсі часових змін показників деформації закономірність очевидна і цілком очікувана – усі вони збільшуються за абсолютною величиною по мірі зростання терміну спостережень на *GNSS*-станціях відносно початкової дати станом на 2014 рік.

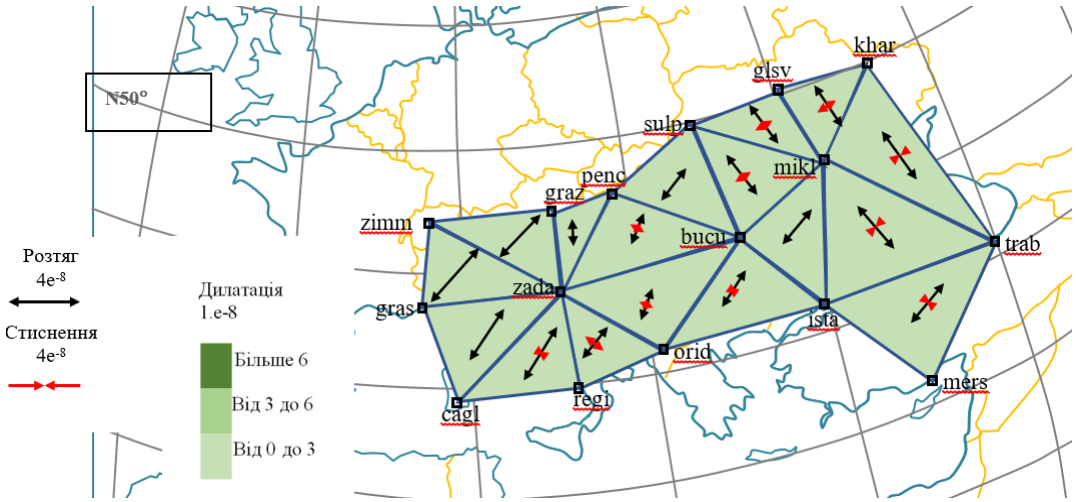


Рис. 1. Схематична тематична карта деформації земної поверхні південно-східної частини Європи протягом 2014-2018 рр.

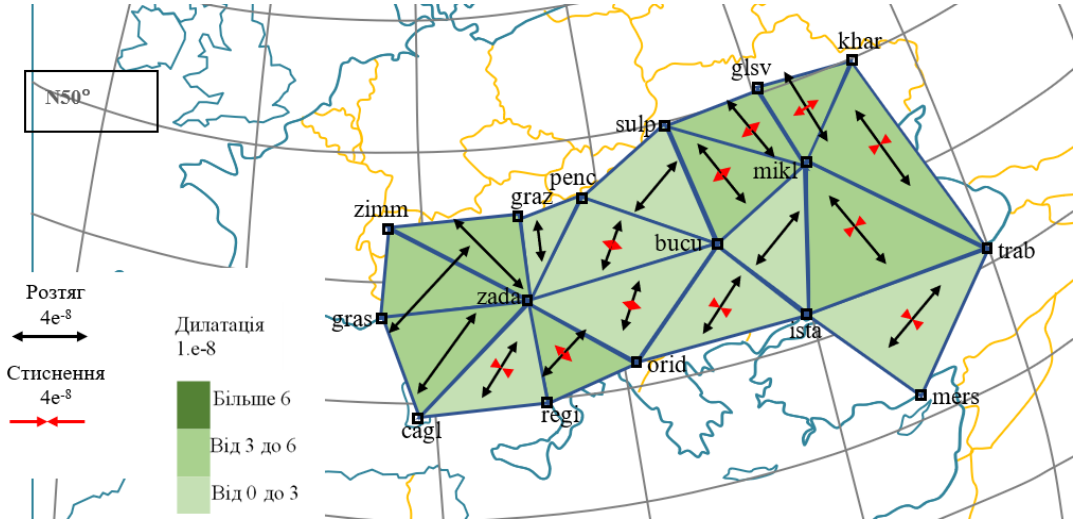


Рис. 2. Схематична тематична карта деформації земної поверхні південно-східної частини Європи протягом 2014-2020 рр.

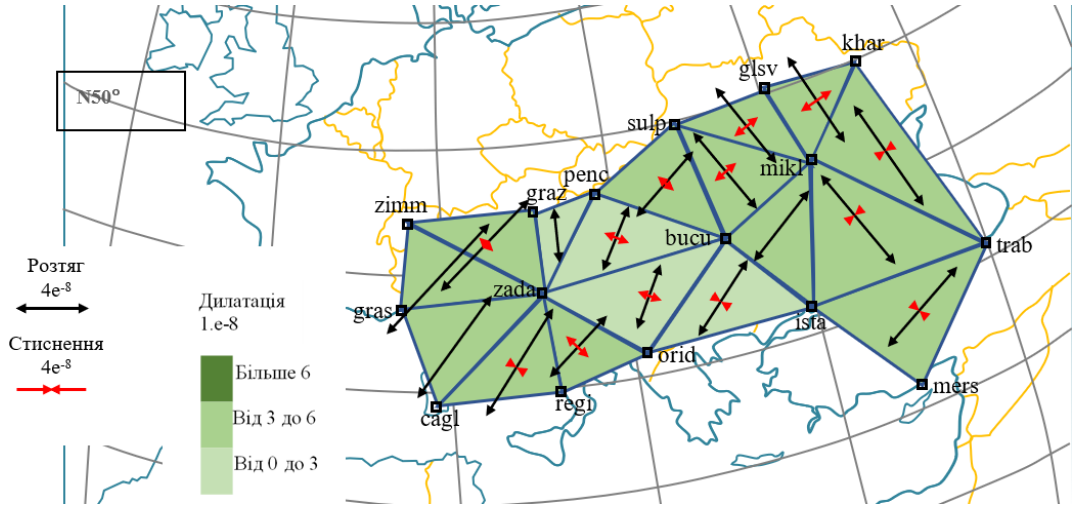


Рис. 3. Схематична тематична карта деформації земної поверхні південно-східної частини Європи протягом 2014-2022 рр.

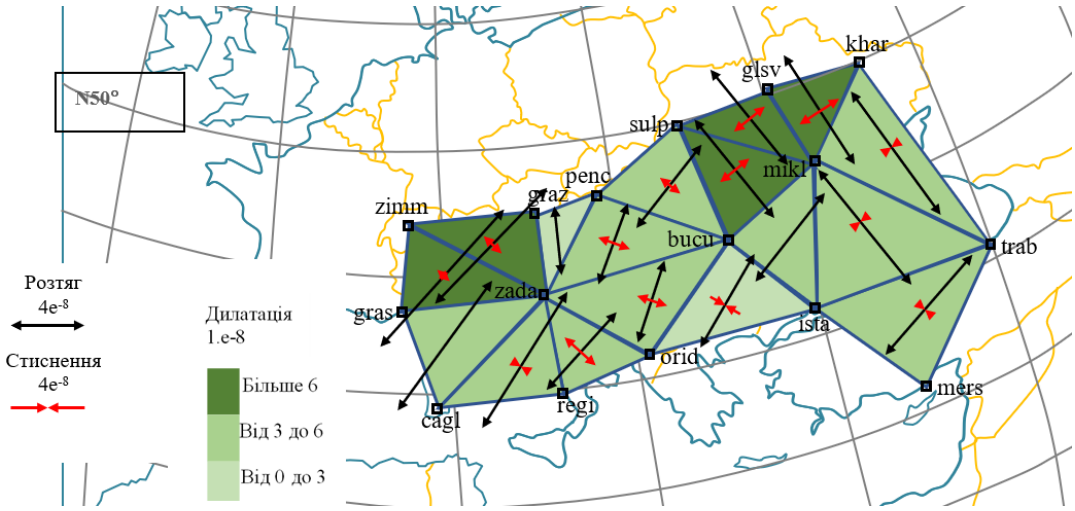


Рис. 4. Схематична тематична карта деформації земної поверхні південно-східної частини Європи протягом 2014-2024 рр.

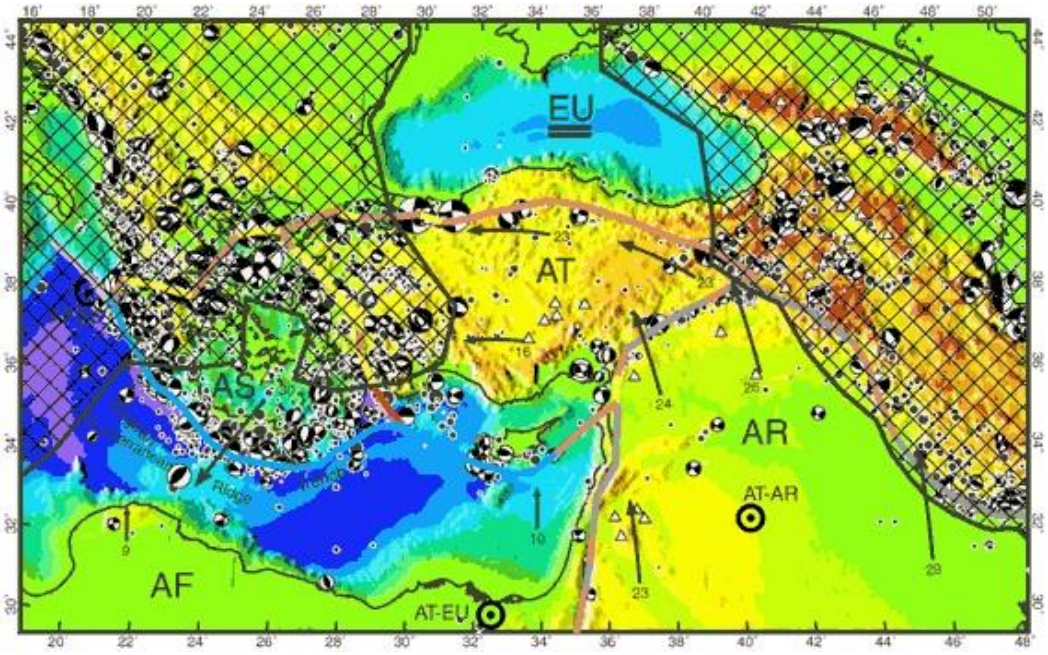
З точки зору просторового розподілу показників дилатації та екстремальних розширень не виявлено їх суттєвої диференціації. Це можна було б розцінювати як негативний результат досліджень. Проте він з високою ступінню ймовірності передбачуваний, якщо взяти до уваги концепцію створення використаної моделі. Зокрема, теоретична основа використаного методу і моделі спроможна забезпечити оцінювання виключно однорідних лінійних закономірностей деформації (**Hartmann, Katz** 2007). Це зумовлює значні ризики одержати спотворені фактичні показники деформації, тим більше за умови, якщо апріорі не здійснювати перевірку відповідності деформації умовам лінійної моделі. Виконання такого роду перевірок можливе, наприклад, як це пропонує **Тадєєв** (2015) чи будьяк інакше. Проте це дасть змогу лише констатувати одержаний результат перевірки з точки зору підтвердження чи спростування гіпотези лінійно-однорідної деформації. У разі спростування гіпотези симплексна модель згладжує фактичні показники деформації, а жодних перспектив щодо вираження на такій основі деформацій нелінійного характеру не існує. Подані тут теоретичні обґрунтування підтверджуються результатами емпіричних досліджень, як їх представлено у праці (**Тадєєв** 2024): на території південно-східної Європи виявлено значну диференціацію таких же показників, але одержаних з використанням методики оцінювання нелінійних закономірностей деформації.

Якщо з точки зору просторового розподілу значення однойменних характеристик деформації практично не відрізняються поміж собою, то щодо напрямів α дії екстремальних розширень виявлено деякі відмінності. Такі відмінності є наслідком того, що означені вище обмежені можливості використаної моделі не впливають на обчислення значень α. Одержані у цій частині досліджень результати заслуговують окремої уваги і потребують ґрунтовного аналізу та роз'яснення.

Зокрема, впродовж усіх дослідних періодів чітко виділяється межа різнонаправленої дії екстремальних розширень. Вона проходить вздовж суміжних сторін симплексів з вершинами *Sulp, Bucu, Mikl, Ista, Trab*. Так, напрям α дії розширення E_1 у симплексах *Khar,Trab,Mikl*, *Mikl,Trab,Ista, Khar,Glsv,Mikl, Glsv,Sulp,Mikl* та *Sulp,Bucu,Mikl* складає значення порядку 139˚-148˚, тоді як для більшості інших симплексів (крім *Penc,Graz,Zada)* цей же показник коливається у межах значень порядку 20˚-44˚. Виявлена закономірність знайшла наступне пояснення. Південна частина *Ista-Trab* виділеної межі зівпадає з Північно-Анатолійським розломом, який розділяє Євразійську літосферну плиту з Анатолійською мікроплитою (**Bird et**

al. 2003; **McClusky et al**. 2000). Цей висновок підтверджує схема на *рис. 5*. Частина *Sulp-Bucu-Mikl-Ista* загальної протяжності виділеної межі знаходиться в зоні Альпійського орогену і є наслідком взаємодії, з одного боку, Євразійської плити (див. *рис. 5*), з іншого – Адріатичної мікроплити, як її окреслюють за результатами своїх досліджень, наприклад, **Altiner et al**. (2006) та **Battaglia et al**. (2004). Не варто також ігнорувати тим фактом, що в цій частині виділеної межі на території Румунії розташовується загальновідома своєю сейсмічною активністю зона Вранча. Отже, на територіях, прилеглих до виділеної межі *Sulp-Bucu-Mikl-Ista-Trab,* цілком ймовірний прояв явищ сейсмічного походження.

Посеред інших, також потрібно виокремити симплекс *Zimm,Gras,Zada*. У його межах станом на 2020 рік виявлено суттєву зміну напряму дії екстремальних розширень як порівняно з суміжними симплексами (див. *рис. 2*), так і у порівнянні з усіма іншими дослідними датами. В зв'язку з цим варто зазначити, що частина земної поверхні, окресленої даним симплексом, за версією **Altiner et al**. (2006) розташована у межах Адріатичної літосферної мікроплити. Саме її відносно короткотривалий нетиповий вплив на перебіг геодинамічних процесів у межах дослідної території міг спричинити означену аномалію деформації. Цією ж причиною, але вже протягом всього дослідного періоду, можна пояснити дещо нетиповий, у порівнянні зі сміжними, напрям дії екстремальних розширень у межах симплекса *Penc,Graz,Zada*.



<u>Рис. 5.</u> Межі (жирні кольорові лінії) плит Егейського моря (AS) і Анатолійської (AT), які оточені плитами Африканською (AF), Аравійською (AR) і Євразійською (EU). Заштриховані області (Альпи та Персія-Тибет-Бірма) – орогени (Bird et al. 2003).

5. ВИСНОВКИ

1. Поставлене завдання вирішено методом скінченних елементів у їх найпростішій формі – симплексу. Вхідними даними використано дані моніторингу координат 16 перманентних *GNSS*-станцій, якими дослідну територію розділено на 17 симплексів. За горизонтальними зміщеннями вершин кожного симплекса методом найменших квадратів реалізовано апроксимацію лінійної функції, за її результатами сформовано тензори і обчислено відносні показники дилатації та екстремальних розширень станом на 2018, 2020, 2022 та 2024 роки у порівнянні з 2014 роком. За обчисленими характеристиками створено

схематичні тематичні карти деформації земної поверхні. На цій стадії опрацювання вхідних даних використано засоби тематичного картографування, які відповідають вимогам генералізації об'єктів площинної локалізації з точки зору наочності та візуального сприйняття при графічному оформленні картографічних продуктів для відображення об'єктів і явищ природи.

2. Аналіз результатів моделювання горизонтальних деформацій земної поверхні не показав суттєвої диференціації в просторовому розподілі обчислених показників дилатації та екстремальних розширень. Натомість виявлено чіткі закономірності різнонаправленої дії екстремальних розширень. Їх використано для інтерпретації геодинамічних процесів на досліджуваній території.

3. Одержані результати дають підстави констатувати наступне: симплексна модель методу скінченних елементів має недостатню ступінь ефективності з точки зору достовірного оцінювання деформації у регіонах з підвищеною тектонічною активністю. Така оцінка обґрунтована обмеженими можливостями теоретичної основи використаного методу і моделі досліджень. Симплексна модель скінченних елементів спроможна врахувати виключно лінійні закономірності деформації, оскільки базується на концепції лінійної деформації суцільного середовища математичної теорії пружності. В зв'язку з цим, для підвищення ефективності розв'язання поставленої в роботі проблеми рекомендується використовувати нелінійні моделі деформації.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Іщенко, М.** (2018) Дослідження деформацій земної кори на території України за допомогою GNSS спостережень. *Штучні супутники*, 53(3), 117-126. [Ishchenko, M. (2018) Doslidzhennia deformatsii zemnoi kory na terytorii Ukrainy za dopomohoiu GNSS sposterezhen. *Shtuchni suputnyky*, 53(3), 117-126.] https://doi:10.2478/arsa-2018-0009.
2. **Марченко, О., Перій, С., Ломпас, О., Голубінка, Ю., Марченко, Д., Крамаренко, С., Салаву, А.** (2019) Визначення тензора швидкості горизонтальної деформації в Західній Україні. *Геодинаміка*, 2(27), 5-17. [Marchenko, O., Perii, S., Lompas, O., Holubinka, Yu., Marchenko, D., Kramarenko, S., Salavu, A. (2019) Vyznachennia tenzora shvydkosti horyzontalnoi deformatsii v Zakhidnii Ukraini. *Heodynamika*, 2(27), 5-17.] https://doi.org/10.23939/jgd2019.02.005.
3. **Марченко, О.М.,Третяк, К.Р., Ярема, Н.П., Джуман, Б.Б., Сідоров, І.С.** (2012) Поле лінійних швидкостей та рухи земної кори у регіоні Південно-Східної Європи. *Геодинаміка*, 2(13), 18-27. [Marchenko, O.M.,Tretiak, K.R., Yarema, N.P., Dzhuman, B.B., Sidorov, I.S. (2012) Pole liniinykh shvydkostei ta rukhy zemnoi kory u rehioni Pivdenno-Skhidnoi Yevropy. *Heodynamika*, 2(13), 18-27.] https://doi.org/10.23939/jgd2012.02.018.
4. **Тадєєв, О.** (2024) Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних. *Науковий вісник Чернівецького університету : Географія*, 849, 63-76. [Tadieiev, O. (2024) Matematyko-kartohrafichne modeliuvannia deformatsii zemnoi poverkhni terytorii Yevropy z vykorystanniam GNSS-danykh. *Naukovyi visnyk Chernivetskoho universytetu : Heohrafiia*, 849, 63-76.] https://doi.org/10.31861/geo.2024.849.63-76 .
5. **Тадєєв, О.А., Машкін, М.С.** (2023) Оцінювання горизонтальних деформацій земної поверхні території України методом скінченних елементів (2014–2023рр.). *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія: Технічні науки*, 4(104), 119-128. [Tadieiev, O.A., Mashkin, M.S. (2023) Otsiniuvannia horyzontalnykh deformatsii zemnoi poverkhni terytorii Ukrainy metodom skinchennykh elementiv (2014–2023rr.). *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Seriia: Tekhnichni nauky*, 4(104), 119-128.] http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/30166.
6. **Тадєєв, О.А.** (2013) Особливості тектонофізичної інтерпретації геодезичних даних в геодинамічних дослідженнях. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія: Технічні науки*, 1(61), 224-232. [Tadieiev, O.A. (2013) Osoblyvosti tektonofizychnoi interpretatsii heodezychnykh danykh v heodynamichnykh doslidzhenniakh. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Seriia: Tekhnichni nauky*, 1(61), 224-232.] http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/1051.

7. Тадєєв, О. (2015) Проблеми та перспективи оцінювання деформаційних полів Землі за геодезичними даними. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*, 82, 73-94. [Tadieiev, O. (2015) Problemy ta perspektyvy otsiniuvannia deformatsiinykh poliv Zemli za heodezychnymy danymy. *Heodeziia, kartohrafiia i aerofotoznimannia*, 82, 73-94.] https://doi.org/10.23939/istcgcap2015.02.073.

8. Altiner, Y., Bacic, Z., Basic, T., Coticchia, A., Medved, M., Mulic, M., Nurce, B. (2006) Present-day tectonics in and around the Adria plate inferred from GPS measurements. In Dilek, Y., Pavlides, S. (Eds.), *Postcollisional tectonics and magnetism in the Mediterranean region and Asia*, 43–55. Geological Society of America Special Paper 409. https://doi: 10.1130/2006.2409(03).

9. Battaglia, M., Murray, M.H., Serpelloni, E., Burgmann, R. (2004) The Adriatic region: An independent microplate within the Africa-Eurasia collision zone. *Geophysical Research Letters*, 31, p.L09605. https://doi:10.1029/2004GL019723.

10. Bird, P. (2003) An updated digital model of plate boundaries. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems,* 4(3), 52p. https://doi:10.1029/2001GC000252.

11. Dermanis, A. (2009) The evolution of geodetic methods for the determination of strain parameters for earth crust deformation. In Arabelos D., Kontadakis M., Kaltsikis Ch., Spatalas S. (Eds.), *Terrestrial and stellar environment*. Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle university of Thessaloniki. 107-144.

12. Grafarend, E.W., Voosoghi, B. (2003) Intrinsic deformation analysis of the Earth's surface based on displacement fields derived from space geodetic measurements. Case studies: present-day deformation patterns of Europe and of the Mediterranean area (ITRF data sets). *Journal of Geodesy*, 77(5-6), 303-326. http://doi: 10.1007/s00190-003-0329-2.

13. Hartmann, F., Katz, C. (2007) *Structural analysis with finite elements*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

14. McClusky, S., Balassanian, S., Barka, A., Demir, C., Ergintav, S., Georgiev, I., Gurkan, O., Hamburger, M., Hurst, K., Kahle, H., Kastens, K., Kekelidze, G., King, R., Kotzev, V., Lenk, O., Mahmoud, S., Mishin, A., Nadariya, T.M., Ouzounis, A., Paradissis, D., Peter, Y., Prilepin, M., Reilinger, TM R., Sanli, I., Seeger, H., Tealeb, A., Toks M.N., Veis G. (2000) Global Positioning System constraints on plate kinematics and dynamics in the eastern Mediterranean and Caucasus. *Journal of geophysical research. Solid earth*, 105(B3), 5695-5719. https://doi.10.1029/1996JB900351.

15. Savchuk, S., Tadyeyev, A., Prokopchuk, A. (2017) Analysis and research results of GNSS data representativeness in estimation of modern horizontal motion of the earth's surface (on the example of Europe's territory). *Geodesy, cartography and aerial photography*. 86. 19-34. https://doi.org/10.23939/istcgcap2017.02.019 .

16. Terada, T., Miyabe, N. (1929) Deformation of the earth crust in Kwansai districts and its relation to the orographic feature. *Bulletin of Earthquake Research Institute, Univ. Tokyo*, 7, 223-239.

17. Tsuboi, C. (1933) Investigation on the deformation of the earth's crust found by precise geodetic means. *Japan J. Astron. and Geophys,* 10, 93-248.

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

18. International Association of Geodesy (2023). Commission 3 – Earth Rotation and Geodynamics. (Джерело)

19. Scripps Orbit and Permanent Array Center (2024). (Джерело)

O. Tadyeyev, M. Mashkin

The use of the simplex finite element model in evaluation of the deformation of the earth's surface in South-East Europe (2014-2024)

Keywords: finite elements, simplex, tensor, deformation, thematic map

Abstract: the article presents the results of a scientific and methodological study of the problem of evaluation of the deformation of the earth's surface in the most tectonically active region of Europe - its southeastern part. The results of modeling of horizontal deformations of the earth's surface using the method of finite elements in the simplex form are presented.

Coordinates of 16 European permanent *GNSS* stations from *the JPLComb* database of the *SOPAC* archive during 2014-2024 were used as input data. They divided the research area into 17 simplexes. The linear function is approximated using the least

squares method based on displacements of vertices of the each simplex. Based on the obtained linear empirical formulas, functional deformation models and tensors were formed and relative indicators of dilation and extreme expansion were calculated for 2018, 2020, 2022 and 2024 compared to 2014.

Using the calculated characteristics of the deformation of the earth's surface, schematic maps of the corresponding thematic direction were created. At this stage of modeling, commonly accepted thematic mapping tools were used to display the spatial distribution of deformation characteristics. The used tools meet the requirements of the generalization of planar localization objects from the point of view of visibility and visual perception of images of objects and phenomena of nature. The created thematic maps were used to analyze and interpret the obtained results of modeling of horizontal deformations of the earth's surface in the southeastern part of Europe.

Analysis of results of modeling of deformations of the earth's surface did not show the significant differentiation in terms of the spatial distribution of calculated values of dilation and extreme expansions. This result is justified by the limited possibilities of the theoretical basis of the used method and research model, because the simplex model of finite elements is able to provide an assessment of exclusively linear patterns of deformation. Instead, the obtained results showed the clear regularities of the multidirectional action of extreme expansions. Based on them, the final conclusions regarding the course of geodynamic processes in the studied area were formulated.

In order to increase the effectiveness of evaluation the deformations of the earth's surface in tectonically active regions, recommendations on the use of non-linear deformation models have been substantiated.