

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

Олександр ТАДЄЄВ^{1*}  <https://orcid.org/0000-0003-4566-0160>

УДК 910.3:528.2/.94: 551.24

ПОШУКОВА СТАТТЯ

¹Національний університет водного господарства та природокористування,
кафедра геодезії та картографії

Листування – *o.a.tadyeyev@nuwm.edu.ua

Ключові слова: GNSS, геосфера, сферична функція, деформація, тематична карта.

Анотація: стаття присвячена науково-методичному дослідженню проблеми оцінювання та графічного відображення деформації земної поверхні з використанням GNSS-даних.

Мета дослідження: тестування методики математико-картографічного моделювання горизонтальних деформацій земної поверхні в проекції на геосферу на прикладі території Європи з перспективою вираження нелінійних закономірностей деформації.

Результат дослідження. Одержано результати оцінювання деформацій земної поверхні території Європи на умовах різних ступенів узагальнення даних спостережень на GNSS-станціях мережі EPN. Узагальнення на геосфері емпіричних дискретних значень координат станцій та їх зміщень реалізовано базисними функціями у формі рядів сферичних функцій різних степені та порядку з використанням методу найменших квадратів. Критерієм оптимальності вибору кінцевих результатів слугували середні квадратичні похибки апроксимації явного вираження рядів сферичних функцій. За результатами апроксимації обчислено наступні характеристики деформації: дилатація, екстремальні розширення (розтяг і стиснення), зсув, азимут головної осі деформації, жорстке обертання частини земної поверхні як абсолютно твердого тіла. Підтверджено нелінійні закономірності деформації. Обчислені характеристики представлено схематичними картами деформації земної поверхні. Одержані результати забезпечили систематизацію території Європи на номінально стабільні та потенційно небезпечні з погляду тектоніки складові.

Наукова новизна: створено тематичні схематичні карти горизонтальних деформацій земної поверхні території Європи в проекції на геосферу з різним ступенем узагальнення (деталізації) вхідних даних.

1. ВСТУП

Створення карт та інших картографічних моделей різних географічних об'єктів та природних явищ є важливим завданням тематичного картографування. Використання терміну «тематична карта» у розрізі моделі оточуючого середовища передбачає виконання наукових досліджень з картографічного зображення не тільки розташувань, але й

2024, 849; DOI: <https://doi.org/10.31861/geo.2024.849.63-76>

 Open Access. © 2024 О. ТАДЄЄВ

опубліковано у Чернівецькому національному університеті

Ця робота ліцензується відповідно до

CC BY-NC-ND із Зазначенням Авторства – Некомерційна – Без Похідних 4.0 Міжнародна



властивостей, взаємних зв'язків і динаміки об'єктів природи. Тому важливими елементами таких картографічних моделей повинно бути відтворення просторово-часових змін їх кількісних і якісних ознак. Це є наслідком зростаючих вимог до загальних ґносеологічних властивостей картографічної моделі, а також прикладними вимогами у розрізі її майбутнього використання для планування природоохоронної діяльності, заходів захисту об'єктів інфраструктури, а також оцінювання ризиків з метою гарантування безпеки життєдіяльності. У цьому сенсі неабиякий інтерес становить створення різних картографічних моделей для відображення явищ та процесів геодинамічного походження. Як засіб візуалізації, створювані картографічні моделі є важливим інструментом їх повноцінної інтерпретації.

З метою відображення кількісних показників сучасних рухів земної поверхні проблема створення картографічних моделей вирішувалась побудовою статичних картосхем векторів чи ізоліній однакових значень зміщень пунктів класичних геодезичних мереж. У сучасних дослідженнях такі моделі створюються за даними спостережень у мережах станцій глобальних навігаційних супутникових систем *GNSS*, як це ілюструє, наприклад, схема на *рис. 1*. Цей напрям картографічного моделювання активно впроваджується в дослідницьку практику. Створюються картографічні моделі окремих територій з активними геодинамічними процесами чи окремих літосферних плит. У планетарному масштабі такий підхід став невід'ємним засобом візуалізації рухів літосферних плит у рамках тектонічних моделей Землі. Класичними прикладами таких моделей є версії *NUVEL-1* (DeMets et al. 1990), *PB2002* (Bird 2003), *GEODVEL* (Argus et al. 2010), а також моделі типу *ITRF2008-PMM* (Altamini et al. 2012) та інші їх новітні версії.

Картографічні моделі рухів земної поверхні є достатньо інформативні та наочні, проте позбавлені властивості оцінювання ступеня ризиків для безпеки життєдіяльності, а також своєчасного планування заходів захисту територій та розташованої на них інфраструктури. Таку вимогу спроможна задовольнити візуалізація фізичної сутності геодинамічних процесів. Цього можна досягнути шляхом відображення кінематичних ознак геодинамічних процесів, використовуючи ті чи інші показники напружено-деформованого стану земної кори чи її фізичної поверхні. У зв'язку з цим стали створюватись картографічні моделі статичного типу у формі картосхем просторового розподілу різних за змістом показників деформації земної поверхні. Такий різновид картографічних моделей прямо пов'язаний із запровадженням у практику геодинамічних досліджень методу скінченних елементів.

2. МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Вперше метод скінченних елементів ще на початку минулого століття використали японські вчені Terada, Miyabe (1929) для моделювання та аналізу горизонтальних деформацій земної поверхні за результатами повторного визначення прямокутних координат пунктів мережі тріангуляції. Таке походження вхідних даних зумовило вибір теоретичної основи для реалізації методу – нею стала математична теорія пружності у її найпростішій формі лінійно-однорідної моделі нескінченно малої деформації суцільного середовища. Саме таку модель зручно було реалізовувати на симплексах – трикутниках мережі тріангуляції. Тензори, обчислені за змінами прямокутних координат вершин симплексів, і пов'язані з ними різні характеристики-інваріанти горизонтальної деформації відносились до барицентрів симплексів. Інтерполяцією значень характеристик між барицентрами симплексів досягалось відображення їх просторового розподілу за допомогою ізоліній рівних значень характеристик із заданим ступенем градації. Такий підхід забезпечив візуалізацію одержаних результатів за допомогою моделей у формі картосхем різних характеристик лінійної деформації земної поверхні.

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням *GNSS*-даних

Від часу першого застосування і до сьогодні метод скінченних елементів набув масового застосування і зазнав численних видозмін. Поряд із симплексами стали використовуватись скінченні елементи складніших геометричних форм. Якщо на засадах класичної лінійної теорії деформації суцільного середовища розв'язки досягались у прямокутній системі координат на площині, то згодом з'явилися вдосконалення у напрямі використання вхідних даних у двовимірних криволінійних системах координат. Показовими з цієї точки зору є, наприклад, результати моделювання деформацій у межах еліпсоїдальних трикутників (Grafarend, Voosoghi 2003), а також результати, засновані на використанні ґриду в формі еліпсоїдальних (Altiner et al. 2006) та сферичних (Марченко та ін. 2012) чотирикутників у відповідних еліпсоїдальній та сферичній системах. Візуалізацію результатів моделювання забезпечували картосхеми ізоліній рівних значень характеристик деформації, одержаних тим же методом інтерполяції.

Результати наукових напрацювань авторства Schneider (1982), засновані на поєднанні диференціальної геометрії з лінійною теорією деформації, запровадили у дослідницьку практику апарат неперервного деформаційного аналізу. Таке інноваційне рішення спричинило появу алгоритмів оцінювання лінійних деформацій земної поверхні безвідносно до її розділення на симплекси чи скінченні елементи будь яких інших правильних геометричних форм з наслідками створення відповідних картографічних моделей. Апарат деформаційного аналізу розкрив перспективу оцінювання та графічного відображення деформації за результатами апроксимації лінійної функції на наборах зміщень геодезичних пунктів будь якої кількості, у тому числі й визначених з використанням GNSS-методу.

Яким би змістом не були наділені зазначені вдосконалення методу скінченних елементів, усі вони обтяжені умовою оцінювання виключно лінійних деформацій. Адже теоретична основа розв'язків завдань і використовувана модель залишаються незмінними. Ця обставина за граничних умов спричинює суб'єктивні оцінки лінійних деформацій, якщо апіорі за тими чи іншими критеріями не здійснювалась перевірка відповідності деформації у межах скінченних елементів умовам лінійно-однорідної моделі. Таку перевірку можна реалізувати, наприклад, як це зробили у своїх дослідженнях Savage et al. (2001), а також Pietrantonio, Riguzzi (2004). Автори насамперед поділили досліджувану територію на однорідні області за ознаками наявних даних геолого-геофізичного походження, а затим характеристики горизонтальної деформації визначили під умовою лінійно-однорідної моделі за результатами апроксимації лінійної функції на сукупності усіх GNSS-станцій у межах виділених областей. Подібного змісту інноваційний підхід згодом показав свою ефективність у дослідженнях деформацій як на локальному та регіональному рівнях, наприклад, (Kremer et al. 2009), так і у планетарному масштабі при оцінюванні деформацій літосферних плит у рамках такого різновиду кінематичних моделей Землі, як GSRM (Global Strain Rate Model) (Kremer et al. 2014).

Схожий підхід до оцінювання деформацій та візуалізації одержаних результатів використали Киричук, Тадеев (1986), але поділ території на однорідно деформовані складові виконали за зміщеннями геодезичних пунктів на ймовірісно-статистичній основі. Подальше вдосконалення розробленого методу розкрито у працях (Тадеева та ін. 2014; Тадеев 2015). Вдосконалення методу оцінювання деформацій земної поверхні розглянуто у взаємозв'язку з відповідними вдосконаленнями створюваних картографічних моделей. Таким моделям властива чітка математична основа з точки зору зображення просторових закономірностей розподілу різних ознак деформації за допомогою ізоліній, супроводжуючи покриття зображення різними площинними графічними засобами, а також умовних знаків у формі масштабованих векторів для відображення ознак розтягу та стиснення. У такому сенсі створювані зображення цілком задовольняють такі загальноприйняті вимоги картографічної

О. Тадеев.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

моделі як метричність, однозначність та неперервність. Разом з тим, автори акцентували увагу на обставинах, за яких картографічні матеріали не завжди адекватні й не повною мірою задовольняють вимоги змістової відповідності, просторово-часової подібності, абстрактності, вибіркості та синтетичності. Недотримання перелічених вимог порушує реалізацію відповідних їм гносеологічних властивостей створюваної картографічної моделі. Головною причиною виникнення вказаних невідповідностей є безсистемне розділення земної поверхні на скінченні елементи, будь-то симплекси або інші їх моделі. Ця обставина спричиняє несумісність виділених скінченних елементів з теоретичною основою і, отже, безґрунтовність використання лінійно-однорідної моделі деформації. Використання такої моделі можливе за умови істинності гіпотези лінійної деформації поверхні у межах скінченного елемента. Така гіпотеза за тим чи іншим критерієм повинна бути підтверджена, і тоді констатована несумісність буде позбавлена сенсу з наслідком обґрунтованості використання лінійно-однорідної моделі. У протилежному випадку гіпотезу потрібно спростувати як помилкову. Тоді опрацювання вхідних даних методом скінченних елементів обтяжене ризиками одержати суб'єктивні оцінки деформації. За граничних умов це спричинює створення картографічної псевдомоделі зі спотвореними гносеологічними властивостями і відповідними наслідками інтерпретації геодинамічних процесів.

У праці [Тадєєва \(2015\)](#) з метою елімінації означених невідповідностей пропонується методика, яка передбачає обов'язкову завчасну перевірку умови однорідності зміщень геодезичних пунктів на статистичній основі за критерієм практичної рівності їх дисперсій. Дисперсії обчислюються довкола пунктів з усередненням у деякому радіусі R . Дисперсії зміщень, які віднесені до пунктів, попарно порівнюються, а умова практичної рівності перевіряється за критерієм Фішера із заданим рівнем значущості. Об'єднанням пунктів з практично рівними дисперсіями зміщень забезпечується поділ території на області однорідних деформацій. Утворені області інтерпретуються як скінченні елементи поверхні безвідносно до їх геометричних форм. Межі скінченних елементів окреслюються пунктами з однорідними зміщеннями, а достовірність гіпотези локально-однорідної деформації забезпечується рівнем значимості критерія Фішера. Умова лінійної деформації у межах кожної виділеної області перевіряється проведенням кореляційного аналізу і посвідчується допустимістю та надійністю оцінки коефіцієнта лінійної кореляційної залежності. Підтвердження умови є підставою для апроксимації лінійної функції на зміщеннях пунктів виділеної області з наступним формуванням за її результатами функціональної моделі і оцінюванням тензора та пов'язаних з ним характеристик лінійної деформації. У разі непідтверджених умов лінійної кореляційної залежності результати зазначеної апроксимації спричинюють формальний розв'язок завдання з ризиками необ'єктивного оцінювання деформації. За таких обставин необхідне застосування альтернативних чи узагальнюючих методів вирішення завдання, заснованих на використанні результатів апроксимації нелінійних функцій.

Запропонована вдосконалена методика має таку специфічну властивість як спроможність змінювати ступінь узагальнення (чи деталізації) результатів оцінювання деформації. Це досягається методом абстрагування на стадії виділення областей однорідних деформацій. Різні ступені узагальнення досягаються зміною радіуса R усереднення дисперсій. У праці [Тадєєва \(2015\)](#) розкрито алгоритм визначення ступенів узагальнення. Насамперед емпіричним шляхом визначається значення радіуса $R_{\max}$, за якого досліджувана територія не поділяється на однорідні області. Тим самим досягається повне згладжування емпіричних даних, а скінченням елементом є геометрична фігура, яку окреслюють усі пункти у межах території. Обчислені під такою умовою характеристики виражають загальну закономірність деформації земної поверхні досліджуваної території, яку прийнято називати

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

тренд. Зменшення радіуса усереднення і вираження його величини у тих чи інших відношеннях щодо $R_{\max}$ забезпечує різні ступені узагальнення чи деталізації, зумовлюючи тим самим різні конфігурації областей однорідних деформацій. Умовно можна задатись, наприклад, наступними відношеннями: 1) значення $R_B = \frac{3}{4} R_{\max}$ спроможне забезпечити високий ступінь узагальнення; 2) $R_C = \frac{1}{2} R_{\max}$ – середній; 3) значення $R_H = \frac{1}{4} R_{\max}$ відповідатиме низькому ступеню узагальнення даних, за якого висока ймовірність досягнення надмірної деталізації. За потреби, допускаються і інші різновиди відношень. Гіпотетично, утворені на таких умовах області однорідних деформацій можуть відповідати розташуванню у їх межах тих чи інших геологічних або тектонічних структур.

Розкрита властивість вдосконаленої методики забезпечує систематизацію території за ознакою, яку покладено у використану основоположну гіпотезу – локально-однорідна деформація земної поверхні. За своєю суттю така систематизація – це математичне моделювання геодинамічного процесу з метою оцінювання деформацій земної поверхні, яке прийнято називати районуванням території за відповідною ознакою. Беручи до уваги перспективи графічного відображення результатів опрацювання даних з використанням тематичних карт, як це подано у праці [Тадєєвої та ін. \(2014\)](#), методику можна інтерпретувати як засіб математико-картографічного моделювання геодинамічного процесу з точки зору оцінювання і систематизації деформацій земної поверхні. Методика забезпечує урегульованість структурних відношень у рамках обраної теми математико-картографічної моделі. З цієї точки зору, створювана тематична карта є носієм інформації з цієї теми. За термінологією [DeMers \(2013\)](#), вона називається синтетичною інвентаризаційною картою рішень – це результат вирішення поставленого завдання і основа для прийняття рішень у розрізі сформульованої проблеми.

3. ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

У праці [Тадєєвої та ін. \(2014\)](#) подано результати апробації розробленої методики в оцінюванні та візуалізації лінійних деформацій земної поверхні локального масштабу. Мета досліджень, результати яких подано нижче, – тестування методики на прикладі оцінювання горизонтальних деформацій земної поверхні регіонального масштабу з їх деталізацією на умовах різних ступенів узагальнення вхідних даних і перспективою вираження закономірностей деформації нелінійного характеру.

4. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ОБГОВОРЕННЯ

Тестування методики реалізовано на прикладі території Європи. Вибірку вхідних даних сформовано репрезентативними значеннями координат 125 GNSS-станцій мережі EPN (*EUREF Permanent Network*). Координати станцій станом на середину 2008 та 2014 років відібрано з бази даних JPL Comb архіву SOPAC ([Scripps Orbit and Permanent Array Center 2023](#)). Розташування станцій та вектори їх горизонтальних зміщень ілюструє схематична карта (*рис. 1*).

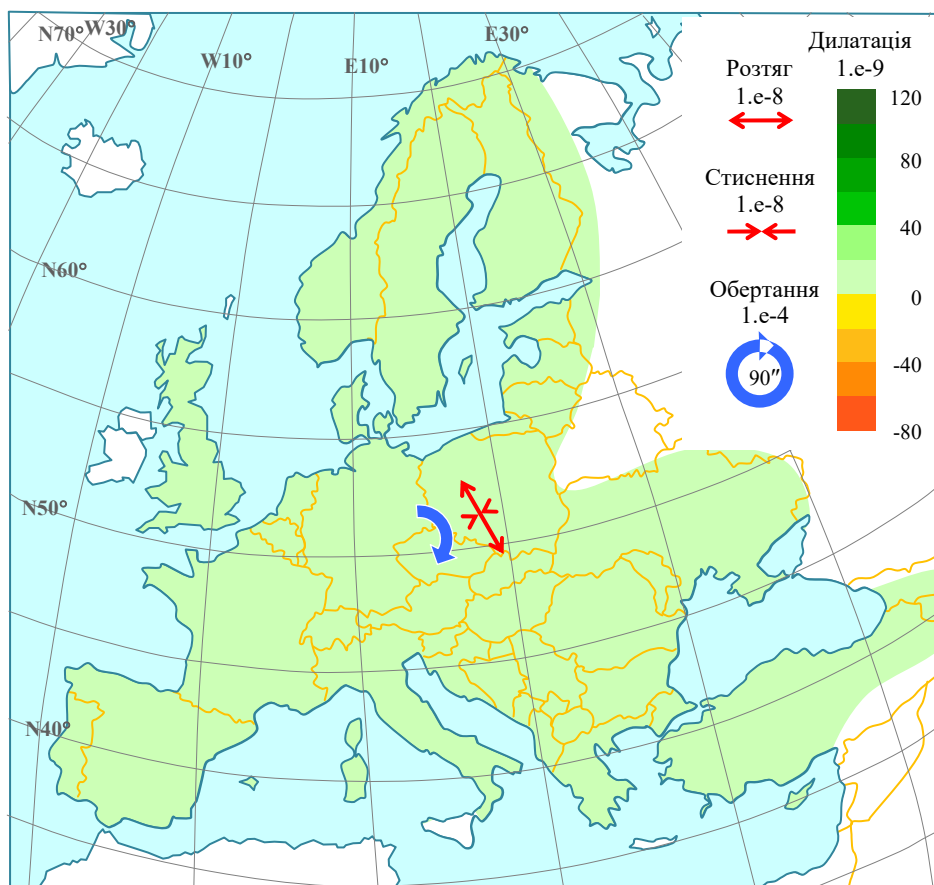
Мотивацією вибору території та вхідних даних для тестування методики стали проведені раніше на їх основі дослідження, мета яких зводилась до визначення оптимальних модельних поверхонь для оцінювання деформації на регіональному рівні, а також дослідження перспектив оцінювання нелінійних деформацій. Результати проведених досліджень подано у статті ([Тадєєв 2024](#)). Найбільш реалістичними виявились результати моделювання деформації земної поверхні, редукованої на геосферу та земний еліпсоїд обертання – вони виявились практично тотожними з точки зору точності обчислень однойменних характеристик деформації.

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

Таблиця 1. Результати моделювання деформації земної поверхні регіонального масштабу в проекції на геосферу (на прикладі території Європи, 2008–2014 рр.) (Тадєєв 2024)

Базисні функції: ряди сферичних функцій степені та порядку m	Похибки апроксимації σ_{φ}'' , σ_{λ}'' 1.e-4	Характеристики деформації та їх середні квадратичні похибки					
		p 1.e-9	$\mu_{\max}$ 1.e-9	$\mu_{\min}$ 1.e-9	γ_m 1.e-9	α°	ε'' 1.e-4
$m = 3$	± 2.5 ± 2.5	11 ± 3	13 ± 2	-2 ± 2	15 ± 3	330.5 ± 5.7	27 ± 6

**Рис. 2.** Схематична тематична карта результатів моделювання деформації земної поверхні протягом 2008–2014 рр. з використанням рядів сферичних функцій степені та порядку $m = 3$

Представлені оцінки деформації земної поверхні території Європи – це наслідок впливу тектонічних процесів під умовою абсолютної жорсткості Євразійської літосферної плити. Разом з тим, на їх фоні ймовірні проявлення процесів локального масштабу. Це порушує гіпотезу жорсткості плити. Однак наявність локальних тектонічних процесів сьогодні є доведеним фактом, який підтверджений результатами різносторонніх наукових досліджень, наприклад, (Altiner et al. 2006; Argus et al. 2011; Mid Ocean Ridge Velocity 2024). Аномальні особливості перебігу і просторового розподілу тектонічних процесів на локальному рівні зумовлюють поділ Євразійської плити на мікроплити з показниками відносних рухів і деформацій вищих числових порядків. Подібну гіпотезу, зокрема, сформульовано за результатами досліджень (Altiner et al. 2006), де на основі деформаційного аналізу за GNSS-даними у південній частині Європи авторами обґрунтовується факт існування незалежної

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

Адріатичної мікроплити. Крім очевидного наукового інтересу, дослідження проблеми подібного змісту важливе з точки зору систематизації території на номінально стабільні чи потенційно небезпечні з погляду тектоніки складові.

Спробуємо поєднати вирішення сформульованої проблеми з вирішенням завдання згідно цілей даної статті, опираючись на власну розроблену методикку. Функціональні моделі деформації формуємо емпіричними формулами, одержаними за результатами апроксимації явного вираження рядів сферичних функцій різних значень степені та порядку m методом найменших квадратів на складових зміщеннях GNSS-станцій $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ у проекції земної поверхні на геосферу. Для обчислення характеристик деформації використовуємо робочі формули, як їх розкрито у праці (Тадєєв 2013). Опрацювання сформованої вибірки вхідних даних на таких засадах показало наступні результати.

1. Емпіричним шляхом визначено максимальне значення радіуса усереднення дисперсій зміщень GNSS-станцій $R_{\max} = 2800$ км, за якого досліджувана територія не поділяється на однорідні області. За такої умови одержуємо результати оцінювання деформації, як їх подано у **таблиці 1** та на **рис. 2**. Ці результати виражають загальну закономірність деформації земної поверхні території Європи, яку з точки зору деформаційного аналізу називають тренд.

2. Результати опрацювання емпіричних даних за умови високого ступеня узагальнення $R_B = \frac{3}{4} R_{\max} = 2100$ км поміщено до **таблиці 2**. У межах всієї досліджуваної території виділено 5 областей однорідних деформацій. У таблиці подано характеристики деформації земної поверхні у межах кожної області, які обчислено на основі функціональних моделей з базисними функціями при значеннях степені та порядку m , які, порівняно з іншими, відповідають найбільш оптимальним середнім квадратичним похибкам апроксимації базисних функцій $\sigma''_{\varphi}, \sigma''_{\lambda}$. Одержані результати відображено схематичною тематичною картою на **рис. 3**.

Таблиця 2. Характеристики локальних деформацій земної поверхні за високого ступеня узагальнення емпіричних даних

№ області, к-ть станцій	Ідентифікація станцій	m	$\sigma''_{\varphi}, \sigma''_{\lambda}$ 1.e-4	Характеристики деформації та їх середні квадратичні похибки					
				P 1.e-9	$\mu_{\max}$ 1.e-9	$\mu_{\min}$ 1.e-9	γ_m 1.e-9	α°	ε'' 1.e-4
1 61	abeb bogo bor1 brst brus budp dent dour eusk ffmj ganp glsv gope helg hers hobu hrm1 hueg joen joze karl kato khar kir0 kiru klop kosg lama leij linz mar6 mets newl nova onsa opmt penc polv pots ptbb riga sass ske0 spt0 stas sulp suur svtl ters tor2 trds uzhl vaas vil0 vis0 vlms wab2 warn wroc wsrt zimm	3	± 1.9 ± 2.0	5 ± 3	14 ± 3	-10 ± 2	24 ± 4	246.1 ± 6.2	44 ± 7
2 12	bucu crao ista mers mikl nico nssp sekc sofi trab tubi ysst	2	± 2.4 ± 5.3	-59 ± 51	-1 ± 54	-61 ± 40	60 ± 76	341.1 ± 63.5	76 ± 128
3 16	cako cava graz m0se mate medi mops orid poze pore prat regi trev unpg usal zada	2	± 2.1 ± 1.5	92 ± 29	94 ± 18	19 ± 15	75 ± 25	343.2 ± 21.0	76 ± 66
4 15	ajac bzrg chiz creu geno gras ieng ildx lroc mars rove scoa sjdv tori zouf	2	± 1.8 ± 1.4	57 ± 21	68 ± 20	-4 ± 4	72 ± 22	352.2 ± 7.1	-54 ± 27
5 21	acor alac alme bell cant casc cebr ceut ebre esco lago lliv madr mall roap sfer teru tetn vale vill yebe	2	± 1.2 ± 1.4	19 ± 4	21 ± 4	-4 ± 3	25 ± 5	315.1 ± 5.2	51 ± 8

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

3. Результати опрацювання даних за умови середнього ступеня узагальнення

$R_C = \frac{1}{2} R_{\max} = 1400$ км зведено до **таблиці 3** і представлено тематичною картою на **рис. 4**. У порівнянні з попередніми результатами, за такої умови досягнуто більшу деталізацію емпіричних даних – виділено вже 8 областей однорідних деформацій.

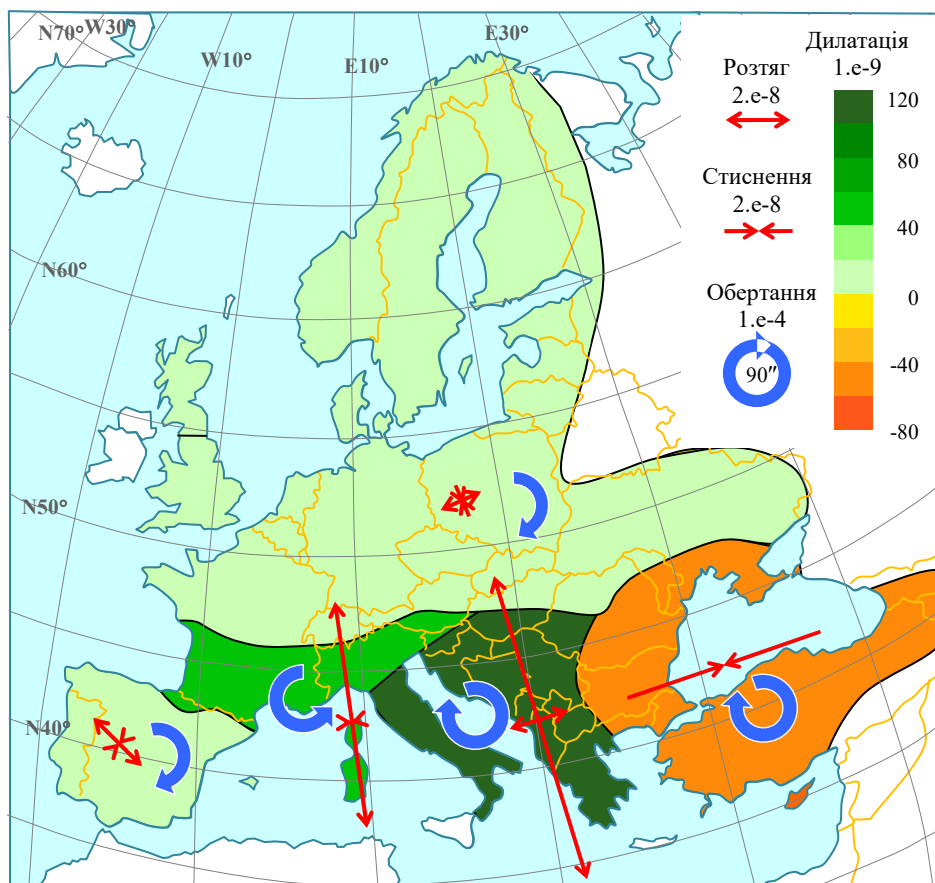


Рис. 3. Схематична тематична карта локальних деформацій земної поверхні за високого ступеня узагальнення емпіричних даних

Аналіз одержаних за останньої умови результатів, які ілюструються в **таблиці 3** і тематичній карті на **рис. 4**, показує, що у областях за номерами 4, 5 і 7 відсутня можливість об'єктивного оцінювання деформації. Це зумовлено закономірностями деформації нелінійного характеру, які неможливо встановити за малою кількістю станцій у межах кожної з цих областей. Факт нелінійних деформацій підтвердили малі за абсолютною величиною оцінки коефіцієнтів лінійної кореляційної залежності. Обидва чинники в сукупності спричинили значні розбіжності між похибками апроксимації σ_{φ}'' , σ_{λ}'' і відповідно низьку точність обчислення характеристик деформації.

Області 4, 5 і 7, а також частково область 6, окреслюють регіон сучасного гороутворення з найбільшою тектонічною активністю на території Європи. Очевидно, це визначає характер її прояву як такий, що суттєво відрізняється від лінійного з відповідними наслідками вираження характеристик деформації земної поверхні. З метою уточнення отриманих показників деформації і виявлення локальних аномальних зон у межах цього регіону необхідне використання більшої кількості GNSS-станцій, ніж їх було залучено до вибірки вхідних емпіричних даних. Потрібно зазначити, що загалом окреслений регіон забезпечений

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

достатньою щільністю GNSS-станцій, які включено до мережі EPN. Проте з точки зору репрезентативності значна їх частина непридатна для геодинамічних досліджень, оскільки внаслідок підвищеної тектонічної активності у цьому регіоні мають низьку точність визначення координат. Для решти областей (крім позначених номерами 4, 5, 7) у **таблиці 3** відображено об'єктивні оцінки деформації земної поверхні. Характеристиками деформації у межах областей 1, 2, 3, 8 посвідчено відповідні їм відносно стабільні з точки зору тектоніки території.

Таблиця 3. Характеристики локальних деформацій земної поверхні за середнього ступеня узагальнення емпіричних даних

№ області, к-ть станцій	Ідентифікація станцій	m	$\sigma''_{\varphi}, \sigma''_{\lambda}$ 1.e-4	Характеристики деформації та їх середні квадратичні похибки					
				P 1.e-9	$\mu_{\max}$ 1.e-9	$\mu_{\min}$ 1.e-9	γ_m 1.e-9	α°	ε'' 1.e-4
1 16	abeb joen kir0 kiru mar6 mets onsa ske0 spt0 stas suur svtl tor2 trds vaas vil0	2	± 0.4 ± 1.0	9 ± 4	24 ± 3	-15 ± 4	38 ± 5	205.0 ± 3.3	61 ± 10
2 22	brst brus dent dour eusk ffmj helg hers hrm1 hueg karl klopp kosg linz newl nova opmt ptbb ters wab2 wsrt zimm	1	± 1.1 ± 1.7	3 ± 3	5 ± 2	-2 ± 2	7 ± 3	214.6 ± 13.2	14 ± 7
3 22	bogo bor1 budp ganp glsv gope hobo joze kato khar lama leij mikl polv pots riga sass sulp vis0 vlms warn wroc	1	± 1.8 ± 1.9	-1 ± 4	14 ± 4	-14 ± 2	28 ± 4	318.1 ± 4.3	58 ± 8
4 11	bucu crao ista mers nico nssp sekc sofi trab tubi ysst	2	± 2.2 ± 6.2	-62 ± 55	-2 ± 71	-60 ± 41	59 ± 82	340.2 ± 65.4	77 ± 135
5 10	cako mate orid penc poze regi unpg usal uzhl zada	2	± 2.7 ± 0.5	120 ± 40	102 ± 29	18 ± 20	85 ± 36	346.6 ± 23.7	79 ± 70
6 22	ajac bzrg cava chiz creu geno gras graz ieng ildx lroc m0se mars medi mops pore prat rove sjdv tori trev zouf	2	± 1.9 ± 1.4	60 ± 23	64 ± 22	-4 ± 5	68 ± 23	11.6 ± 6.2	-55 ± 29
7 7	bell cant ebre esco lliv mall scoa	1	± 0.5 ± 3.3	-8 ± 37	0 ± 10	-8 ± 39	7 ± 40	39.9 ± 28.9	-6 ± 69
8 15	acor alac alme casc cebr ceut lago madr roap sfer teru tetn vale vill yebe	1	± 1.1 ± 1.7	21 ± 5	24 ± 3	-3 ± 4	27 ± 5	316.8 ± 5.4	56 ± 10

4. За умови доступної кількості репрезентативних станцій, які залучено до вибірки емпіричних даних, їх опрацювання під умовою низького ступеня узагальнення $R_H = \frac{1}{4} R_{\max}$ забезпечило надто малу кількість станцій у виділених областях. Ця обставина або взагалі унеможливила визначення показників їх деформації, або дала змогу виявити лише лінійні закономірності деформації, які внаслідок означених раніше причин обтяжені значними ризиками необ'єктивного оцінювання.

Навіть за умови неможливого об'єктивного оцінювання показників деформації окремих областей у південній частині Європи, їх межі узгоджуються з результатами досліджень інших авторів. Достатньо взяти до уваги, наприклад, згадані раніше результати оцінювання місцезоположення Адріатичної мікроплити, як їх подано у праці (Altiner et al. 2006).

Загальновідомим є факт взаємозв'язків напруженості у верхніх горизонтах земної кори з деформаціями її фізичній поверхні. Накопичення напруженості до критичної межі є головною причиною таких явищ сейсмічного походження як землетруси. З цієї точки зору варто акцентувати увагу на кількох явищах, які мали місце після завершення дослідного періоду 2008–2014 рр. Зокрема, протягом серпня-жовтня 2016 року на території Італії відбулась серія потужних землетрусів магнітудою понад 6 балів з епіцентрами, які розташовані на межі областей 5 і 6 (**таблиця 3; рис. 4**) (**Землетруси в Італії 2024**). Інший приклад – розташування

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

епіцентра землетрусу магнітудою 5.6 бала 22 листопада 2014 року в зоні Вранча (Румунія), який розташований на межі областей 3 і 4 ([Землетрус в Румунії 2024](#)). Порівняльний аналіз характеристик деформації зазначених областей показує, що вказані землетруси могли бути наслідками накопичення напруженості земної кори у цих регіонах.

Останні факти підтверджують достовірність представлених вище результатів вирішення поставленого завдання.

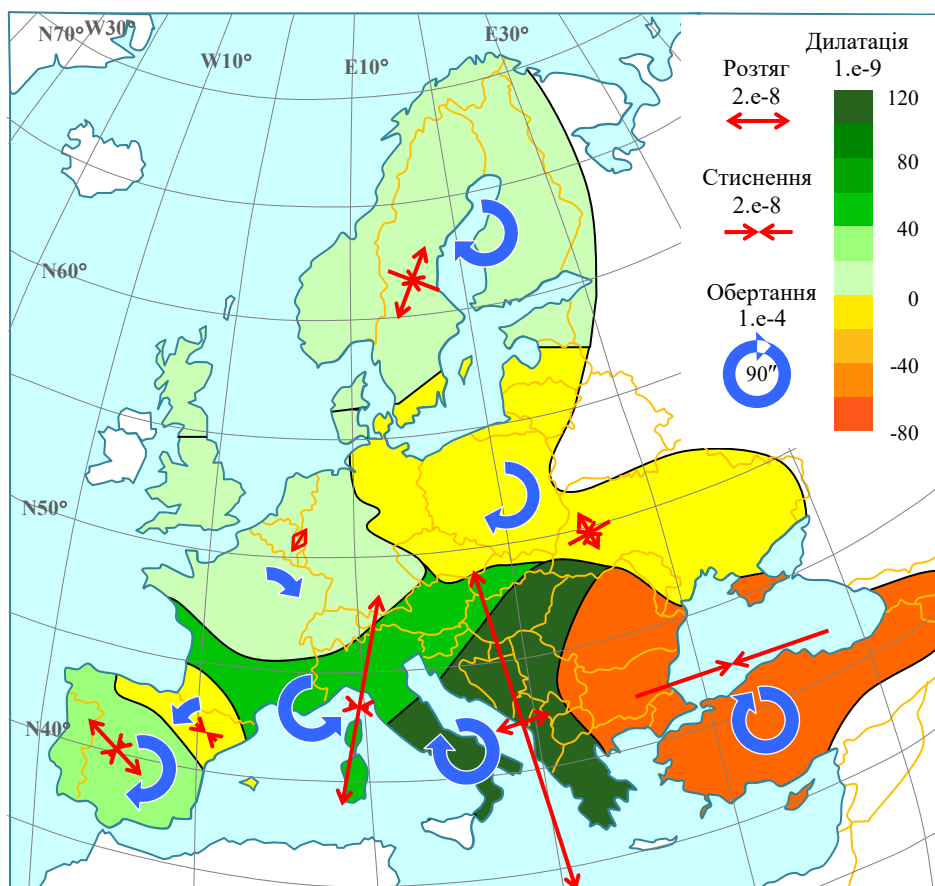


Рис. 4. Схематична тематична карта локальних деформацій земної поверхні за середнього ступеня узагальнення емпіричних даних

5. ВИСНОВКИ

Одержані результати математико-картографічного моделювання деформацій земної поверхні з використанням розробленої методики показали її достатню ефективність як з точки зору об'єктивного оцінювання деформацій, так і забезпечення урегульованості структурних відношень для систематизації території Європи на номінально стабільні чи потенційно небезпечні з погляду тектоніки складові. Представлені тематичні карти є засобом візуалізації результатів математичного моделювання. Їх використання розкриває якісно нові можливості інтерпретації досліджуваного природного явища і сприяє прийняттю результативних остаточних рішень з поставленої у роботі проблеми.

ЛІТЕРАТУРА

1. Киричук, В. В., & Тадєєв, О. А. (1986). Про один метод визначення деформації земної кори за геодезичними даними. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*, (43), 31-38. [Kyrychuk, V. V., & Tadiiev, O. A. (1986). Pro odyh metod vyznachennia deformatsii zemnoi kory za heodezychnymy danymy. *Heodeziia, kartohrafiia i aerofotoznmannia*, (43), 31-38.]

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

2. Марченко, О. М., Третяк, К. Р., Ярема, Н. П., Джуман, Б. Б., & Сідоров, І. С. (2012). Поле лінійних швидкостей та рухи земної кори у регіоні Південно-Східної Європи. *Геодинаміка*, 2(13), 18-27. [Marchenko, O. M., Tretiak, K. R., Yarema, N. P., Dzhuman, B. B., & Sidorov, I. S. (2012). Pole liniinykh shvydkosti ta rukhy zemnoi kory u rehioni Pivdenno-Skhidnoi Yevropy. *Heodynamika*, 2(13), 18-27.] <https://doi.org/10.23939/jgd2012.02.018>
3. Тадєєва, О. О., Тадєєв, О. А., & Черняга, П. Г. (2014). Математико-картографічне моделювання лінійних деформацій земної поверхні. *Вісник геодезії та картографії*, 1(88), 16-22. [Tadieieva, O. O., Tadieiev, O. A., & Cherniaha, P. H. (2014). Matematyko-kartohrafichne modeliuvannia liniinykh deformatsii zemnoi poverkhni. *Visnyk heodezii ta kartohrafii*, 1(88), 16-22.]
4. Тадєєв, О. (2024). Моделювання горизонтальних деформацій земної поверхні регіонального масштабу з використанням GNSS-даних (на прикладі території Європи). *Технічні науки та технології*, 2(36), 319-330. [Tadieiev, O. (2024). Modeliuvannia horyzontalnykh deformatsii zemnoi poverkhni rehionalnoho masshtabu z vykorystanniam GNSS-danykh (na prykladi terytorii Yevropy). *Tekhnichni nauky ta tekhnolohii*, 2(36), 319-330.] [https://doi.org/10.25140/2411-5363-2024-2\(36\)-319-330](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2024-2(36)-319-330)
5. Тадєєв, О. (2013). Оцінювання деформацій земної поверхні, редукованої на геосферу. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*, 11(26), 46-52. [Tadieiev, O. (2013). Otsiniuvannia deformatsii zemnoi poverkhni, redukovanoi na heosferu. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva*, 11(26), 46-52.]
6. Тадєєв, О. (2015). Проблеми та перспективи оцінювання деформаційних полів Землі за геодезичними даними. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*, (82), 73-94. [Tadieiev, O. (2015). Problemy ta perspektyvy otsiniuvannia deformatsiinykh poliv Zemli za heodezychnymy danymy. *Heodeziia, kartohrafiia i aerofotoznimannia*, (82), 73-94.] <https://doi.org/10.23939/istcgcap2015.02.073>
7. Altamini, Z., Metivier, L., & Collilieux, X. (2012). ITRF2008 plate motion model. *Journal of Geophysical Research*, 117(B7), B07402. <https://doi.org/10.1029/2011JB008930>
8. Altiner, Y., Bacic, Z., Basic, T., Cotichia, A., Medved, M., Mulic, M., & Nurce, B. (2006). Present-day tectonics in and around the Adria plate inferred from GPS measurements. In Dilek, Y., Pavlides, S. (Eds.), *Postcollisional tectonics and magnetism in the Mediterranean region and Asia* (pp. 43-55). Geological Society of America Special Paper 409. [https://doi.org/10.1130/2006.2409\(03\)](https://doi.org/10.1130/2006.2409(03))
9. Argus, D. F., Gordon, R. G., & DeMets, C. (2011). Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 12(11), 11001. <https://doi.org/10.1029/2011GC003751>
10. Argus, D. F., Gordon, R. G., Heflin, M. B., Ma, C., Eanes, R. J., Willis, P., Peltier, W. R., & Owen, S. E. (2010). The angular velocities of the plates and the velocity of Earth's centre from space geodesy. *Geophysical Journal International*, 180(3), 913-960. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04463.x>
11. Bird, P. (2003). An updated digital model of plate boundaries. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 4(3), 1027. <https://doi.org/10.1029/2001GC000252>
12. DeMers, M. N. (2013). *Fundamentals of geographic information systems*. New York : John Wiley & Sons, Inc.
13. DeMets, C., Gordon, R. G., Argus, D. F., & Stein, S. (1990). Current plate motions. *Geophysical Journal International*, 101(2), 425-478. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1990.tb06579.x>
14. Grafarend, E. W., & Voosoghi, B. (2003). Intrinsic deformation analysis of the Earth's surface based on displacement fields derived from space geodetic measurements. Case studies: present-day deformation patterns of Europe and of the Mediterranean area (ITRF data sets). *Journal of Geodesy*, 77(5-6), 303-326. <https://doi.org/10.1007/s00190-003-0329-2>
15. Kremer, C., Blewitt, G., & Hammond, W. C. (2009). Geodetic constraints on contemporary deformation in the northern Walker Lane: 2. Velocity and strain rate tensor analysis. In Oldow, J. S., Cashman, P. H. (Eds.), *Late Cenozoic structure and evolution of the Great Basin – Sierra Nevada transition* (pp. 17-31). Geological Society of America Special Paper 447. [https://doi.org/10.1130/2009.2447\(02\)](https://doi.org/10.1130/2009.2447(02))
16. Kremer, C., Blewitt, G., & Klein, E. C. (2014). A geodetic plate motion and Global Strain Rate Model. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 15(10), 3849-3889. <https://doi.org/10.1002/2014GC005407>
17. Pietrantonio, G., & Riguzzi, F. (2004). Three-dimensional strain tensor estimation by GPS observations: methodological aspects and geophysical applications. *Journal of Geodynamics*, (38), 1-18. <https://doi.org/10.1016/j.jog.2004.02.021>
18. Savage, J. C., Gan, W., & Svarc, J. L. (2001). Strain accumulation and rotation in the Eastern California Shear Zone. *Journal of Geophysical Research*, 106(B10), 21995-22007. <https://doi.org/10.1029/2000JB000127>
19. Schneider, D. (1982). *Complex Crustal Strain Approximation*. Zürich : Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

20. Sokolnikoff, I. S. (1964). *Tensor analysis: Theory and applications to geometry and mechanics of continua*. New York, London, Sydney : John Wiley & Sons, Inc.
21. Terada, T., & Miyabe, N. (1929). Deformation of the earth crust in Kwansai districts and its relation to the orographic feature. *Bulletin of Earthquake Research Institute, Univ. Tokyo*, 7(2), 223-239.

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

22. *Землетрус в Румунії 22.11.2014* (2024). [*Zemletrus v Rumunii 22.11.2014* (2024).] [Джерело](#)
23. *Землетруси в Італії* (2024). [*Zemletrusy v Italii* (2024).] [Джерело](#)
24. *Mid Ocean Ridge Velocity* (2024). [Джерело](#)
25. *Scripps Orbit and Permanent Array Center* (2023). [Джерело](#)

O. Tadyeyev

Mathematical and cartographic modelling of the deformation of the earth's surface in Europe using GNSS data

Keywords: GNSS, geosphere, spherical function, deformation, thematic map.

Abstract: the article is devoted to a scientific and methodological study of the problem of evaluation and graphically representation of deformations of the earth's surface using GNSS data.

The purpose of the study: testing the methodology of mathematical and cartographic modeling of horizontal deformations of the earth's surface in projection onto the geosphere using the example of the territory of Europe with the prospect of expressing the nonlinear deformation patterns.

Research result. The results of observations at GNSS stations of the EPN network during 2008–2014 were used as input data for testing of the methodology. The station coordinates were selected from the JPL Comb database of the SOPAC archive. The choice of territory and input data is justified by previously conducted studies on their basis to determine the optimal model surfaces for the evaluation of deformations at the regional level, as well as by studies of the prospects for evaluation of nonlinear deformations.

An algorithm for evaluation the deformations of the earth's surface in the projection onto the geosphere was used. The generalization of empirical discrete values of station coordinates and their displacements on the geosphere is implemented by basis functions in the form of series of spherical functions of different degrees and orders using the least squares method. The mean square errors of approximation of the explicit expression of the series of spherical functions were used as the criterion of optimality for selection of the final results. Based on this indicator, the corresponding optimal empirical formulas of the functional model were generated with subsequent evaluation of the tensor and deformation characteristics. The following deformation characteristics were evaluated: dilation, extreme expansions (stretching and compression), shear, azimuth of the main axis of deformation, rigid rotation of part of the earth's surface as an absolutely solid body.

The described algorithm for evaluation of deformations was applied under conditions of different degrees of generalization (detailing) of input data. This was achieved by the abstraction method at the stage of selecting the regions of homogeneous deformations on a probabilistic-statistical basis through the use of the sliding dispersion algorithm. Different degrees of generalization were determined by changing of the radius R of averaging the dispersions of the GNSS station displacements. First of all, the value of the radius $R_{\max} = 2800$ km was empirically determined, at which the studied territory was not divided into homogeneous regions. Thus, complete smoothing of the empirical data was achieved. The characteristics calculated under this condition revealed the trend - the general pattern of deformation of the earth's surface in Europe. The value of radius

$$R_B = \frac{3}{4} R_{\max} = 2100 \text{ km conditionally determined a high degree of generalization}$$

О. Тадєєв.

Математико-картографічне моделювання деформації земної поверхні території Європи з використанням GNSS-даних

of the input data and ensured the division of the territory into five regions of homogeneous deformations. The average degree of generalization of the input data was achieved at a radius value of $R_C = \frac{1}{2} R_{\max} = 1400$ km. Under this condition, eight regions of homogeneous deformations were identified. For each selected region, the deformation characteristics of the corresponding part of the earth's surface were calculated according to the algorithm described above. The vast majority of the results obtained in this way showed the nonlinear patterns of the deformation of the earth's surface in Europe.

The characteristics calculated in relation to the selected regions are presented in the form of thematic schematic maps of the deformation of the earth's surface. The resulting cartographic products provided the systematization of the territory of Europe into nominally stable and potentially dangerous from a tectonic point of view components under conditions of different degrees of generalization of GNSS data.

Scientific novelty: thematic schematic maps of horizontal deformations of the earth's surface in Europe in the projection onto the geosphere with different degrees of generalization (detailing) of the input data have been created.